

# 計量経済学（上級講義）2，基礎研究 D：計量分析 2 期末試験

北村 友宏

2025 年 1 月 23 日

注意：解答言語は，日本語または英語に限る。

1. 以下の専門用語の定義を式または言葉で書きなさい。（20 点）

- (a) 因果効果
- (b) 母集団
- (c) 期待値
- (d) 条件付き確率質量関数
- (e) 一致性
- (f) 第 1 種の誤り
- (g) 決定係数
- (h) 古典的線形回帰モデル
- (i) 2 段階最小二乗法
- (j) 潜在変数

2.  $a, b$  を定数とし， $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  とするとき，以下の問いに答えなさい。（20 点）

(a) 次の数式

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ax_i + b) = a\bar{x} + b$$

を証明しなさい。

(b)  $w_i, \sigma_x^2, \bar{w}, \sigma_w^2$  をそれぞれ，

$$w_i = ax_i + b,$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2,$$

$$\bar{w} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i,$$

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (w_i - \bar{w})^2$$

のように定義する。このとき，

$$\sigma_w^2 = a^2 \sigma_x^2$$

を証明しなさい。

3.  $income_i$  を  $i$  番目の個人の年収（単位：万円）、 $yeduc_i$  を  $i$  番目の個人の修学年数（単位：年）として、4 種類のミンサー方程式をそれぞれ OLS で推定した。このとき、以下の問いに答えなさい。（20 点）

(a) レベル＝レベル・モデルを推定すると、予測式が

$$\widehat{income}_i = -55.893 + 24.253yeduc_i$$

となった。この場合の、 $yeduc_i$  の回帰係数の解釈を述べなさい。

(b) ログ＝レベル・モデルを推定すると、予測式が

$$\ln \widehat{income}_i = 4.385 + 0.078yeduc_i$$

となった。この場合の、 $yeduc_i$  の回帰係数の解釈を述べなさい。

(c) レベル＝ログ・モデルを推定すると、予測式が

$$\widehat{income}_i = -515.481 + 285.724 \ln yeduc_i$$

となった。この場合の、 $\ln yeduc_i$  の回帰係数の解釈を述べなさい。

(d) ログ＝ログ・モデルを推定すると、予測式が

$$\ln \widehat{income}_i = 3.159 + 0.759 \ln yeduc_i$$

となった。この場合の、 $\ln yeduc_i$  の回帰係数の解釈を述べなさい。

#### 4. 重回帰モデル

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + u_i$$

の誤差項  $u_i$  が不均一分散をもつかどうかを検定したい。以下の問いに答えなさい。（20 点）

(a) 上記の重回帰モデルを OLS で推定した残差を  $e_i$  とする。White検定を実行する際の補助回帰の式を書きなさい。ただし、補助回帰の誤差項を  $v_i$  とする。

(b) White 検定を実行したところ、検定統計値が 8.98、 $p$  値が 0.11 となった。有意水準を 10% とすると、検定結果から  $u_i$  の不均一分散についてどのように判断されるかを答えなさい。

5. 2024 年の北陸新幹線金沢～敦賀延伸開業が地価に与える効果を差分の差分法で分析したい。そのために、2023 年と 2025 年の土地別の 2 時点パネル・データを用いて、以下のモデル

$$price_{it} = \delta_0 + \delta_D d_i + \delta_T y25_t + \delta_{DT} d_i y25_t + \beta_A area_{it} + u_{it}$$

を推定する。ただし、 $i$  は土地番号、 $t$  は時点、 $price_{it}$  は地価（単位：万円）、 $d_i$  はその土地が北陸新幹線金沢～敦賀の沿線であれば 1 を、そうでなければ 0 をとるダミー変数、 $y25_t$  は延伸開業後の 2025 年であれば 1 を、延伸開業前の 2023 年であれば 0 をとるダミー変数、 $area_{it}$  は土地面積（単位： $m^2$ ）である。このとき、以下の問いに答えなさい。（20 点）

(a) 北陸新幹線金沢～敦賀延伸開業が地価に与える効果を表す係数はどれかを答えなさい。

(b) (a) で答えた係数が 7.32 と推定され、それが統計的に有意に 0 と異なると判断されたとする。この係数の解釈を述べなさい。

## 解答例・採点基準

1. (a) 「原因となる変数」が「結果となる変数」に与える効果
- (b) 調査対象の集団全体
- (c)  $E(X) = \sum_{i=1}^M x_i p_X(x_i)$
- (d)  $p_{X|Y}(x | Y = y) = \frac{p_{X,Y}(x, y)}{p_Y(y)}$
- (e) 標本サイズが大きいときに母数に確率収束するという性質
- (f)  $H_0$  が真なのに棄却すること
- (g)  $R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$
- (h) 説明変数を所与として、誤差項の分散が一定で、異なる個体の誤差項同士が無相関な線形回帰モデル
- (i) 内生説明変数を、システムに登場する全ての外生変数に回帰して内生説明変数の予測値を求め、それを含む、モデルの全ての説明変数に被説明変数を回帰する方法
- (j) 観測不可能な変数で、被説明変数の値を決定づける変数

### 【採点基準】

- 各 2 点.
- (g) は,

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

でもよい.

- (h) は,

$$y = X\beta + u,$$

$$E(u | X) = \mathbf{0},$$

$$V(u | X) = \sigma^2 I_n$$

でもよい.

2. (a)

$$\begin{aligned}
 \text{(証明)} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ax_i + b) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ax_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b \\
 &= \frac{1}{n} \cdot a \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \cdot nb \\
 &= a \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + b \\
 &= a\bar{x} + b. \quad \text{(証明終)}
 \end{aligned}$$

### 【採点基準】

- 証明の始まりを明記して 1 点.
- $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ax_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b$  まで導出して 2 点.

- $\frac{1}{n} \cdot a \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \cdot nb$  まで導出して 2 点.
- $a \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + b$  まで導出して 2 点.
- $a\bar{x} + b$  まで導出して 2 点.
- 証明の終わりを明記して 1 点.

(b) (証明) (a) より,

$$\bar{w} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ax_i + b) = a\bar{x} + b.$$

よって,

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (w_i - \bar{w})^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{ax_i + b - (a\bar{x} + b)\}^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ax_i + b - a\bar{x} - b)^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{a(x_i - \bar{x})\}^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a^2(x_i - \bar{x})^2 \\ &= a^2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ &= a^2 \sigma_x^2. \quad (\text{証明終}) \end{aligned}$$

【採点基準】

- 証明の始まりを明記して 1 点.
  - (a) から  $\bar{w} = a\bar{x} + b$  が言えることを説明して 2 点.
  - $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{a(x_i - \bar{x})\}^2$  まで導出して 2 点.
  - $a^2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  まで導出して 2 点.
  - $a^2 \sigma_x^2$  まで導出して 2 点.
  - 証明の終わりを明記して 1 点.
3. (a) 修学年数が 1 年長くなると, 年収は平均して 24.253 万円高くなる傾向がある.  
 (b) 修学年数が 1 年長くなると, 年収は平均して 7.8% 高くなる傾向がある.  
 (c) 修学年数が 1% 長くなると, 年収は平均して 2.85724 万円高くなる傾向がある.  
 (d) 修学年数が 1% 長くなると, 年収は平均して 0.759% 高くなる傾向がある.

【採点基準】

- 「平均して」や「傾向がある」は, なくてもよい.
- (a) 「修学年数が」で 1 点, 「1 年長くなると」で 1 点, 「年収は」で 1 点, 「24.253」で 1 点, 「万円高くなる」で 1 点.
- (b) 「修学年数が」で 1 点, 「1 年長くなると」で 1 点, 「年収は」で 1 点, 「7.8」で 1 点, 「% 高くなる」で 1 点.
- (c) 「修学年数が」で 1 点, 「1% 長くなると」で 1 点, 「年収は」で 1 点, 「2.85724」で 1 点, 「万円高くなる」で 1 点.

- (d) 「修学年数が」で1点, 「1%長くなると」で1点, 「年収は」で1点, 「0.759」で1点, 「%高くなる」で1点.
4. (a)  $e_i^2 = \gamma_0 + \gamma_1 x_{1i} + \gamma_2 x_{2i} + \gamma_{11} x_{1i}^2 + \gamma_{22} x_{2i}^2 + \gamma_{12} x_{1i} x_{2i} + v_i$ .
- 【採点基準】
- 「 $e_i^2 =$ 」で1点, 定数項で2点,  $x_{1i}$ の項で1点,  $x_{2i}$ の項で1点,  $x_{1i}^2$ の項で1点,  $x_{2i}^2$ の項で1点,  $x_{1i} x_{2i}$ の項で1点, 誤差項で2点.
- (b)  $u_i$  が不均一分散をもつとはいえない.
- 【採点基準】
- 「 $u_i$  が」で5点, 「不均一分散をもつとはいえない」で5点.
5. (a)  $\delta_{DT}$
- 【採点基準】
- $\delta_{DT}$ であることを答えて5点.
- (b) 土地面積を一定としたうえで, 北陸新幹線金沢～敦賀の沿線の土地はそうでない土地に比べ, 北陸新幹線金沢～敦賀延伸開業後には地価が平均して7.32万円高くなる傾向がある.
- 【採点基準】
- 「平均して」や「傾向がある」は, なくてもよい.
  - 土地面積を一定としたうえでの議論であることを説明して2点.
  - 「北陸新幹線金沢～敦賀の沿線の土地は」で2点.
  - 比較対象が「北陸新幹線金沢～敦賀の沿線でない土地」であることを説明して2点.
  - 「北陸新幹線金沢～敦賀延伸開業後には」で2点.
  - 「地価が」で2点.
  - 「7.32」で2点.
  - 「万円高くなる」で3点.